

KONKURS MATEMATYCZNY

$n+1$

SERIA 8. (DO 15.04.2020)

ZADANIE 8.1

Czworokąt $ABCD$, którego przekątne są prostopadłe, jest wpisany w okrąg o środku w punkcie O oraz promieniu r . Niech P będzie punktem przecięcia przekątnych tego czworokąta. Uzasadnij, że $|PA|^2 + |PB|^2 + |PC|^2 + |PD|^2 = 4r^2$.

ZADANIE 8.2

Wielomiany generujące liczby pierwsze to takie wielomiany, które dla kolejnych liczb naturalnych $0, 1, 2, \dots$ dają liczby pierwsze (niekoniecznie kolejne). Rozważmy następujący wielomian odkryty w 2016 przez matematyka amerykańskiego

$$P(n) = n^3 + n^2 + 17.$$

Generuje on liczby pierwsze dla $n \in \{0, 1, 2, \dots, 10\}$. Udowodnij, że istnieje nieskończenie wiele takich liczb z , że liczby $P(z), P(z+1), \dots, P(z+10)$ są złożone.